

T A  
Č R

Tento projekt je financován se státní podporou  
Technologické agentury ČR  
v rámci programu BETA2

[www.tacr.cz](http://www.tacr.cz)  
Výzkum užitečný pro společnost



## Metodika postupu jednotného zpracování absolutních měření tíhového zrychlení

Konečný uživatel výsledků: **Český úřad zeměměřický a katastrální  
Pod sídlištěm 1800/9, 182 11 Praha 8 Kobylisy**

**Název projektu:** Zvýšení přesnosti a spolehlivosti určení tíhového zrychlení na absolutních tíhových bodech v ČR

**Číslo projektu:** TITSCUZK704

**Řešitel projektu:** Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, v.v.i., Ústecká 98, 250 66 Zdiby

**Doba řešení:** 1. 1. 2019 – 30. 11. 2021

**Důvěrnost a dostupnost:** veřejně přístupný

### Informace o autorském týmu:

Ing. Vojtech Pálinkáš, Ph.D.

Ing. Miloš Val'ko, Ph.D.



### Další informace o projektu:

Cílem projektu je vytvoření metodiky pro určení vertikálních gradientů tíhového zrychlení (zejm. za účelem přenosu hodnoty tíhového zrychlení z referenčního bodu absolutního gravimetru do úrovně stabilizace tíhového bodu). Dalším cílem je vytvoření metodiky pro stanovení sezónních změn tíhového zrychlení (zejm. na základě experimentálně ověřených hydrologických vlivů) a vytvoření metodiky pro jednotné zpracování absolutních tíhových měření (se zahrnutím jak stávajících, tak nově zjištěných přístrojových oprav i z lokálního vlivu okolního prostředí).



Program veřejných zakázek v aplikovaném výzkumu a inovacích pro potřeby státní správy BETA2 byl schválen usnesením vlády České republiky č. 278 ze dne 30. 3. 2016 a je zaměřen na podporu aplikovaného výzkumu a inovací pro potřeby orgánů státní správy. Poskytovatelem finančních prostředků je Technologická agentura ČR.

T A  
Č R

Tento projekt je financován se státní podporou  
Technologické agentury ČR  
v rámci programu BETA2

[www.tacr.cz](http://www.tacr.cz)  
Výzkum užitečný pro společnost



## Metodika jednotného zpracování absolutních měření tíhového zrychlení

## 1. Úvod

Tento dokument je jedním z výstupů řešení projektu TITSCUZK704 „Zvýšení přesnosti a spolehlivosti určení tříhového zrychlení na absolutních tříhových bodech v ČR“ programu BETA2 Technologické agentury ČR. Je výstupem 12. kvartálu řešení projektu v části, jejímž výsledkem je vytvoření „Metodiky postupu jednotného zpracování absolutních měření tříhového zrychlení se zavedením všech (vč. nedávno zjištěných) oprav z vlivu přístrojů, resp. lokálního vlivu okolního prostředí“. Dokument obsahuje finální verzi metodiky na základě již implementovaných postupů pro zpracování všech etap měření.

## 2. Zpracování měření absolutních gravimetrů FG5(X)

### 2.1 Matematický model observační rovnice

U absolutních gravimetrů s makroskopickými testovacími tělesy je k měření pohybu volně padajícího tělesa použit interferometr. Interferenční proužky jsou detekovány fotodiódou a k jednotlivým průchodem nulou jsou přiřazeny vzorky času. Měřenými veličinami jsou tedy dvojice časů  $t_i$  ( $t=0$  je dáno počátkem zahájení sběru dat) a vzdáleností  $z_i$  (průchody nulou interferenčních proužků), které jsou násobky poloviny vlnové délky laseru, viz Niebauer et al. (1995) nebo Kostelecký et al. (2012).

V prvním kroku je potřebné měřené časové vzorky opravit o časové zpoždění v důsledku konečné rychlosti světla  $c$  pomocí vztahu

$$\tilde{t}_i = t_i + k_{SOL} \frac{(z_i - z_0)}{c}, \quad (1)$$

kde  $k_{SOL}=1$  je koeficient stanovující charakter odstranění časového zpoždění.

U nejpřesnějších současných gravimetrů typu FG5 (Niebauer et al. 1995) a FG5X (Niebauer et al. 2011), jsou použity judem stabilizované He-Ne lasery WEO 100 s modulací vlnové délky na frekvenci  $f_m$ . Vliv modulace laseru s uvážením proměnlivých délek ramen interferometru je podle Křen et al. (2020) vhodné modelovat vztahem

$$z_{mod} = a_1 \sin(2\pi f_m \tilde{t}_i) \cos(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}) + a_2 \cos(2\pi f_m \tilde{t}_i) \cos(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}) + \\ a_3 \sin(2\pi f_m \tilde{t}_i) \sin(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}) + a_4 \cos(2\pi f_m \tilde{t}_i) \sin(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}), \quad (2)$$

kde  $a_1, a_2, a_3, a_4$  jsou sinové a kosinové amplitudy modulace laseru.

Dále je možné modelovat efekt modulace vzduchové mezery mezi pádovou nádobou a interferometrem v důsledku vibrací způsobených excentritou kladky, po které se posunuje pás s vozíkem, který sleduje testovací těleso během volného pádu. Efekt lze podle Křen et al. (2020) vyjádřit vztahem

$$z_{air} = a_5 \sin(2\pi z_i / \Lambda) + a_6 \cos(2\pi z_i / \Lambda), \quad (3)$$

kde  $\Lambda$  je vlnová délka modulace odpovídající obvodu kladky (44 mm u gravimetrů FG5 a 122 mm u FG5X).

Výpočet zrychlení volného pádu  $g$  v tříhovém poli s konstantním vertikálním gradientem tříhového zrychlení  $\gamma$  se provede řešením observační rovnice

$$z_i = z_0 + v_0 \left( \tilde{t}_i + \frac{\gamma}{6} \tilde{t}_i^3 \right) + g_0 \left( \frac{\tilde{t}_i^2}{2} + \frac{\gamma}{24} \tilde{t}_i^4 \right) + z_{mod} + z_{air} \quad (4)$$

Obecně bude tedy výchozí observační rovnice dána vztahem

$$z_i = z_0 + v_0 \left( \tilde{t}_i + \frac{\gamma}{6} \tilde{t}_i^3 \right) + g_0 \left( \frac{\tilde{t}_i^2}{2} + \frac{\gamma}{24} \tilde{t}_i^4 \right) + \sum_j a_j f_j(t_i, z_i), \quad (5)$$

kde jsou hledané neznámé poloha  $z_0$ , rychlosť  $v_0$ , zrychlení volného pádu  $g_0$  v čase  $t=0$  a  $a_j$  jsou hledané amplitudy efektívých funkcií  $f_j$ . Tyto neznámé jsou určeny řešením rovnice (5) metodou nejmenších čtverců (MNČ).

## 2.2 Vyrovnání MNČ - výpočet zrychlení volného pádu

Cílem vyrovnání je odhadnout hodnoty a standardní odchylky vektoru neznámých

$$\mathbf{x}^T = (z_0, v_0, g_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$

Jeden řádek matice plánu  $A$  bude mít tvar:

$$A_i = \begin{pmatrix} 1 \\ \tilde{t}_i + \frac{\gamma}{6} \tilde{t}_i^3 \\ \frac{\tilde{t}_i^2}{2} + \frac{\gamma}{24} \tilde{t}_i^4 \\ \sin(2\pi f_m \tilde{t}_i) \cos\left(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}\right) \\ \cos(2\pi f_m \tilde{t}_i) \cos\left(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}\right) \\ \sin(2\pi f_m \tilde{t}_i) \sin\left(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}\right) \\ \cos(2\pi f_m \tilde{t}_i) \sin\left(2\pi f_m \frac{2z_i}{c}\right) \\ \sin(2\pi z_i / \Lambda) \\ \cos(2\pi z_i / \Lambda) \end{pmatrix}^T \quad (6)$$

Předpokládáme, že každý prvek měření  $z_i$  (vzdálenost odpovídající průchodu nulou) tvořící sloupcový vektor  $\mathbf{l}$  má stejný rozptyl, tj. váhová matice je jednotková a odhad neznámých lze vypočítat podle vztahu

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad (7)$$

a odhad kovarianční matice neznámých parametrů získáme pomocí vztahu

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}} = \sigma_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}. \quad (8)$$

Veličina  $\sigma_0^2$  je jednotková variance (referenční rozptyl) a je definována pomocí vztahu

$$\sigma_0^2 = \frac{(\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{x})^T (\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{x})}{n-k}, \quad (9)$$

kde  $n$  je dimenze vektoru měřených vzdáleností a  $k$  je dimenze vektoru neznámých.

Výsledky zrychlení volného pádu z řešení (7) je pak vhodné (viz sekce 2.3) z  $g_0$  v čase  $t=0$  přepočít na vrchol pádu, což lze s dostatečnou přesností podle Pálinská et al. (2019) učinit podle vztahu

$$g_{top} = g_0 - \gamma \frac{v_0^2}{2 g_0}. \quad (10)$$

Podle Pálinskáš et al. (2012) je potřebné rovnici (5) také vyřešit i pro homogenní gravitační pole  $\gamma=0$

$$z_i = z_0^* + v_0^* \tilde{t}_i + g_0^* \frac{\tilde{t}_i^2}{2} + \sum_j a_j^* f_j(t_i, z_i). \quad (11)$$

tj. změní se matice plánu z (6) pro  $\gamma=0$  na  $\mathbf{A}^*$  a přirozeně bude pak jiný i odhad vektoru neznámých  $\mathbf{x}^* = (\mathbf{A}^{*T} \mathbf{A}^*)^{-1} \mathbf{A}^{*T} \mathbf{l}$ , díky kterému se přímo určí zrychlení volného pádu  $g_0^*$  v efektivní pozici volného pádu  $z^*$  (Pálinskáš et al. 2012).

### 2.3 Výpočet efektivní a referenční výšky měření

Efektivní pozice volného pádu se podle (Pálinskáš et al. 2012) určí empiricky s vysokou přesností (lepší než 0.1 mm) podle vztahu

$$z^* = \frac{g_0^*(\gamma=0) - g_0(\gamma)}{\gamma} + z_0(\gamma) \quad (12)$$

kde  $\gamma$  je gradient (předběžný nebo známý) použitý při výpočtu  $g_0$  a  $z_0$  z modelu (5). Odpovídající efektivní výška měření (Niebauer 1989, Nagornyi 1995) se stanoví od pozice  $z_0$  (vztažena k  $t=0$ , tj. počátku záznamu dat) podle vztahu

$$h^* = z^* - z_0 = \frac{g_0^*(\gamma=0) - g_0(\gamma)}{\gamma}, \quad (13)$$

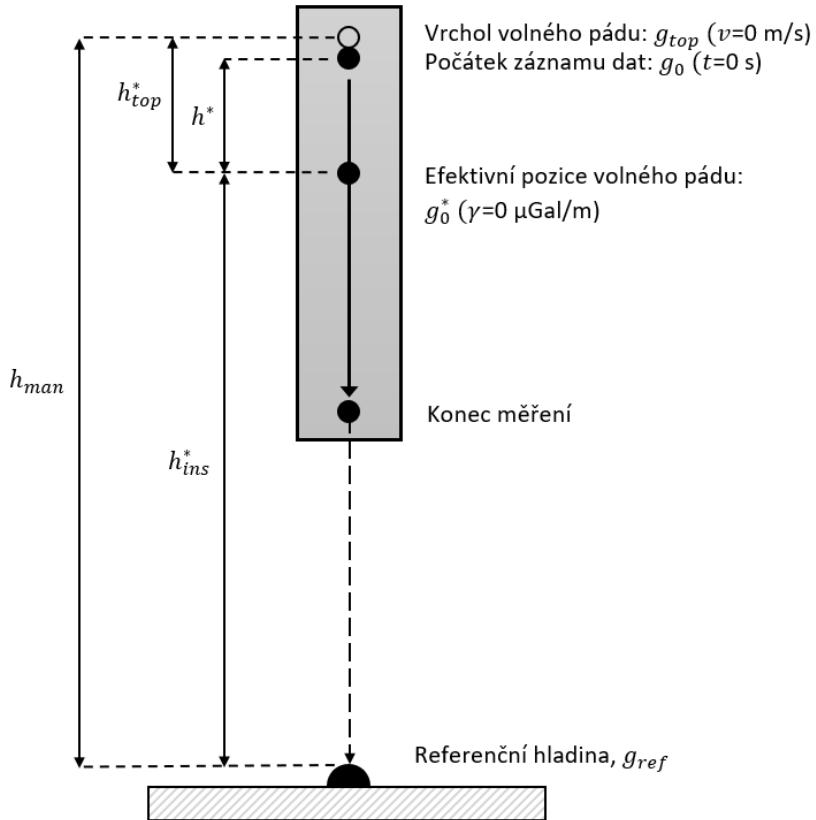
nebo od vrcholu pádu (Pálinskáš et al. 2019)

$$h_{top}^* = h^* + v_0^2 / 2 g_0. \quad (14)$$

Právě vrchol pádu je místem, ke kterému lze na základě údajů od výrobce a měřené výšky gravimetru nad bodem stanovit výšku měření nad těhovým bodem  $h_{man}$ . Podle Wziontek et al. (2021) je při absolutním měření nezbytné stanovit a reportovat tzv. efektivní instrumentální výšku  $h_{ins}^*$ , která je definovaná jako vzdálenost efektivní pozice volného pádu od vrcholu značky těhového bodu, viz obr. 1.

$$h_{ins}^* = h_{man} - h_{top}^* \quad (15)$$

Znalost této výšky, která závisí na typu gravimetru, rozsahu zvoleného intervalu interferenčních proužků pro výpočet  $g$  a na samotné instalaci gravimetru nad bodem, je nezbytná ke správnému referencování těhových měření a k redukcím měření podél vertikály.



**Obr.1.** Schematické vyjádření efektivní pozice volného pádu, ve které je  $g$  nezávislé na konstantním vertikálním gradientu tíže (VGG)  $\gamma$  použitém v observační rovnici (5). Efektivní výška měření ( $h^*$  nebo  $h_{top}^*$ ) má svůj počátek v samotném gravimetru (počátek záznamu dat nebo vrchol volného pádu) a závisí pouze na rozsahu volného pádu, který je použit k výpočtu  $g$ . Efektivní instrumentální výška ( $h_{ins}^*$ ) závisí také na postavení gravimetru nad těhovým bodem a musí být známa pro korektní transfer výsledků na zvolenou referenční hladinu pomocí VGG, který se může lišit od  $\gamma$  a může být vyjádřen polynomem vyššího stupně.

## 2.4 Výpočet vertikálního gradientu tíhového zrychlení

Podle Pálinkáš et al. (2019) a Robertson (2001) je při zpracování absolutních měření také vhodné vypočítat vertikální gradient přímo z absolutních měření  $\gamma_{ABS}$ , a to řešením observační rovnice, kde další parametry určené MNČ jsou také  $z_{0,ABS}$  a  $v_{0,ABS}$

$$z_i - g_0^* \frac{\tilde{t}_i^2}{2} - \sum_j a_j^* f_j(t_i, z_i) = z_{0,ABS} + v_{0,ABS} \tilde{t}_i + \gamma_{ABS} \left( \frac{v_0^*}{6} \tilde{t}_i^3 + \frac{g_0^*}{24} \tilde{t}_i^4 - \frac{h^*}{2} \tilde{t}_i^2 \right). \quad (16)$$

## 2.5 Korekce na konvenční hodnotu tíhového zrychlení

K určení tíhového zrychlení  $\hat{g}$  je nutné zavést vybrané korekce variací zrychlení volného pádu tak, aby byla výsledná veličina v souladu s konvencí (Petit and Luzum, 2010) International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) a standardy definovanými v souladu s Wziontek et al. (2021):

- z variací slapového zrychlení tak, aby byly slapové korekce v "zero-tide" systému (Petit and Luzum 2010) za použití slapových modelů či slapových parametrů určených měřením,
- ze změn odstředivého zrychlení v důsledku pohybu pólu CIP vzhledem k pólu TIO definovanému IERS (Petit and Luzum 2010) postupem podle Wziontek et al. (2021),
- o účinek anomálních vzdušných hmot podle Wziontek et al. (2021) na základě měřeného tlaku vzduchu  $P$  v místě tíhového měření a regresního koeficientu vlivu tlaku vzduchu  $r_P$ .

Soubor vstupních parametrů konkrétní měřické kampaně musí obsahovat informace o slapových parametrech, souřadnicích pohybu pólu a koeficientu  $r_P$ .

Ke každému volnému pádu jsou přiřazeny hodnoty atmosférického tlaku  $P$ , korekce ze slapu  $\Delta g_{tide}$ , pohybu pólu  $\Delta g_{pol}$  a tlaku vzduchu  $\Delta g_p$ . Dále jsou příslušné korekce připočteny k hodnotě zrychlení volného pádu v pozici pro vrchol pádu

$$\hat{g}_{top} = g_{top} + \Delta g_{tide} + \Delta g_{pol} + \Delta g_p \quad (17)$$

## 2.6 Výpočet průměrných hodnot tíhového zrychlení

Statistická akceptace pádu probíhá ve dvou krocích.

V prvním kroku je analyzován každý pád samostatně na základě šumu residuů z vyrovnaní MNČ při použití observační rovnice (5). Jako charakteristika šumu se použije směrodatná odchylka residuů  $\sigma_0$  ze vztahu (9). Pokud její hodnota pro konkrétní pád překročí kritickou hodnotu, je následně tento pád vyloučen z dalšího zpracování. Kritická hodnota šumu závisí na použitém gravimetru i místě měření (technickém šumu místa), implicitně lze použít hodnotu 1 nm.

Druhou úrovní akceptace je testování odlehlosti  $\hat{g}_{top}$  v rámci výsledků setů (100-150 pádů) na hladině významnosti 1%.

Průměrné tíhové zrychlení v rámci setu  $\bar{g}_{top, set}$  se vypočte aritmetickým průměrem výsledků jednotlivých pádů v setu včetně výběrové směrodatné odchylky průměru setu  $\sigma_{set}$ .

Průměrné tíhové zrychlení v rámci celého měření  $\bar{g}_{top}$  se z důvodu časté změny vnitřní přesnosti v průběhu měření (zejména díky časově proměnné velikosti technického šumu nebo vlivu zemětřesení) vypočte váženým aritmetickým průměrem výsledků setů  $\bar{g}_{top, set}$ . Váhy jsou zvoleny úměrně převráceným hodnotám čtverců směrodatných odchylek podle vztahu

$$w_{set} = (\sigma_{set}^2 + \sigma_S^2)^{-1}, \quad (18)$$

kde  $\sigma_S$  je směrodatná odchylka vyjadřující variabilitu možných systematických chyb mezi sety (např. vlivem nastavení vertikality či nedokonalosti odstraněných korekcí zejména z tlaku vzduchu).

Při testování odlehlcích hodnot průměru setů od průměru výsledku je použito kritérium Studentova t-rozdělení na hladině významnosti 5%.

Výše uvedené průměrné hodnoty tíhového zrychlení jsou asociované s vrcholem pádu. Hodnota  $\bar{g}_{top}$  se dále přeponče do efektivní pozice volného pádu podle vztahu

$$\bar{g}_{ef} = \bar{g}_{top} + \gamma \bar{h}_{top}^*, \quad (19)$$

kde  $\bar{h}_{top}^*$  je průměrná efektivní výška měření od vrcholu pádu.

## 2.7 Přístrojové korekce u gravimetrů FG5(X)

Přístrojové korekce absolutních měření lze zavést třemi způsoby a u každého měření musí být zjevné, jaký způsob byl aplikován. Tyto tři způsoby onačíme "KP1", "KP2" a "KP3". První způsob "KP1" je obdobný jako u frekvenční modulace laseru (2), nebo modulace vzduchové mezery (3), kdy jsou parametry efektu určovány matematickým modelem v rámci řešení observační rovnice. Druhý způsob "KP2" je zavedení korekcí přímo do měřených veličin (čas, vzdálenost), obdobně jako je to u korekce z konečné rychlosti světla (1), takto mohou být zavedeny některé další korekce (např. z vlastní hmoty přístroje) zmíněné v Pálinkáš et al. (2019). Oba zmíněné způsoby mají tu výhodu, že výsledná residua nejsou zatížena zavedenými efekty v rámci přesnosti použitých modelů a zbytková residua lze pak lépe použít k odhalení dalších efektů. Třetím, nejčastěji používaným způsobem "KP3", je zavedení korekce ve formě konstanty do finálního výsledku měření. U efektů, které nezávisí na poloze testovacího tělesa během volného pádu, je tento způsob zcela správný a také výhodný z hlediska případné aktualizace korekcí (není nutné nové vyrovnaní MNČ celého souboru měření). U každého absolutního měření musí být tedy jednoznačně uvedeno:

- jaká observační rovnice byla použita pro výpočet výsledků, např. (2), a tím stanovit korekce typu "KP1",
- jaké korekce byly zahrnuty přímo do měřených dvojic čas-vzdálenost, a tím stanovit korekce typu "KP2",
- jaké další korekce ve formě konstanty byly dodatečně započteny, a tím stanovit korekce typu "KP3".

Příslušná informace o způsobu a parametrech zavedených korekcí musí být zřejmá alespoň pro následující efekty:

- z konečné rychlosti světla, typ "KP2" podle (1) s uvedeným parametrem  $k_{SOI}$
- z frekvenční modulace laseru, typ "KP1" daný observační rovnicí a modulační frekvencí laseru.
- z vlivu vlastní hmoty přístroje, která může být typu "KP2" viz Pálinkáš et al. (2019), nebo také častěji typu "KP3", viz např. Pálinkáš et al. (2012), kdy pro gravimetru FG5-215 byla určena hodnota  $(-1,7 \pm 0,2) \mu\text{Gal}$ . U gravimetru FG5X-251 byly k výpočtu použity údaje publikované v Niebauer et al. (2013) a pro používaný rozsah měření byla určena korekce  $(-1,18 \pm 0,1) \mu\text{Gal}$ .
- z difrakce laserového svazku (van Westrum and Niebauer 2003, Robertsson 2007, Křen and Pálinkáš 2018), která je typu "KP3" a závisí zejména od použitých optických prvků v interferometru, viz Křen and Pálinkáš (2018) a u obou gravimetrů FG5-215 i FG5X-251 dosahují hodnoty přibližně  $+2,7 \mu\text{Gal}$ .
- z odklonu laserového svazku od vertikality, která je typu "KP3" a závisí na metodě urovnání testovacího svazku gravimetru do svislice. Hodnoty korekcí jsou pro jednotlivé metody uvedeny v Křen et al. (2018) a dosahují hodnot typicky do  $+2 \mu\text{Gal}$ .
- z Eötvösova zrychlení, která je typu "KP3" a lze ji stanovit podle postupu uvedeného v Křen et al. (2019), kdy při správné orientaci gravimetru vzhledem ke světovým stranám dosahuje korekce hodnot typicky v rozmezí  $\pm 1,5 \mu\text{Gal}$ .
- z distorze interferenčního signálu, která je typu "KP3" a u originálních systémů gravimetrů FG5-215 a FG5X-251 reálně dosahuje hodnot od  $-5 \mu\text{Gal}$  do  $+2 \mu\text{Gal}$ , viz Křen et al. (2019) zejména v závislosti na velikosti interferenčních proužků.

- z elektronické disperze v koaxiálním kabelu pro přenos interferenčního signálu podle Křen et al. (2016). Může být typu "KP2" nebo "KP3", závisí na použité délce kabelu, délce pádu a typu přenášeného signálu. U používaných měřících systémů gravimetru FG5-215 a FG5X-251 dosahuje hodnot do 1  $\mu\text{Gal}$ .
- z impedančního nepřizpůsobení mezi elektronikou gravimetru a fotodiodou specifikované v Křen et al. (2017). Může být typu "KP2" nebo "KP3", závisí na použité délce kabelu, délce pádu a velikosti nepřizpůsobení. HS5 systém je impedančně přizpůsoben, U originálních systémů FG5-215 a FG5X-251 dosahuje korekce hodnot do 2  $\mu\text{Gal}$ .
- ze systematické odchylky gravimetru od referenční hodnoty, viz např. Pálinkáš et al. (2013).

Identifikace zavedených korekcí ve výstupech z měření je popsána v sekci 4 této metodiky.

## 2.8 Korekce z vlivu lokálního prostředí

Výchozí observační rovnice (5) uvažuje konstantní gradient na měřeném bodě. Pokud je změna  $g$  vyjádřena kvadratickým polynomem  $g(z) = g_0 + yz + \delta z^2$ , tj. gradient je lineární, tak je observační rovnice nelineární, a tedy přímo neřešitelná pomocí MNČ. Podle Křen et al. (2016) je v takovémto případě možné korigovat měřené vzorky vzdálenosti o

$$z_i \rightarrow z_i - 0.802\tilde{\delta t}_i^6. \quad (20)$$

Podle terminologie z předchozí sekce se jedná o korekci typu "KP2".

Další vlivy lokálního prostředí, které eventuálně mohou být v časových řadách korigovány, jsou typu "KP3" a jde o:

- zavedení zpřesněného modelu atmosférických korekcí podle Vaško et al. (2013),
- korekci lokálních hydrologických vlivů (např. z hladiny podzemní vody),
- gravitační vliv z blízkých přesunů hmot (např. vlivem stavebních úprav v blízkém okolí těhového bodu).

## 2.9 Výpočet finální hodnoty těhového zrychlení

V sekci 2.6 byl uveden výpočet průměrné hodnoty těhového zrychlení  $\bar{g}_{top}$  ve vrcholu pádu a v efektivní pozici volného pádu  $\bar{g}_{ef}$ , které jsou spjaty průměrnou efektivní výškou měření  $\bar{h}_{top}^*$  a gradientem  $\gamma$  a dále spjaty se stabilizací těhového bodu přes znalost referenční přístrojové výšky podle vztahu (15). Všechny vlivy typu "KP1" a "KP2", které jsou sdruženy s observační rovnicí, jsou tedy uváženy již v hodnotách vypočtených zrychlení. Zbývá tedy započít korekce typu "KP3",  $\Delta_i^{KP3}$ .

Finálním výsledkem absolutního měření je těhové zrychlení v efektivní výšce gravimetru se zavedením všech korekcí přístrojových a eventuálně z lokálního prostředí

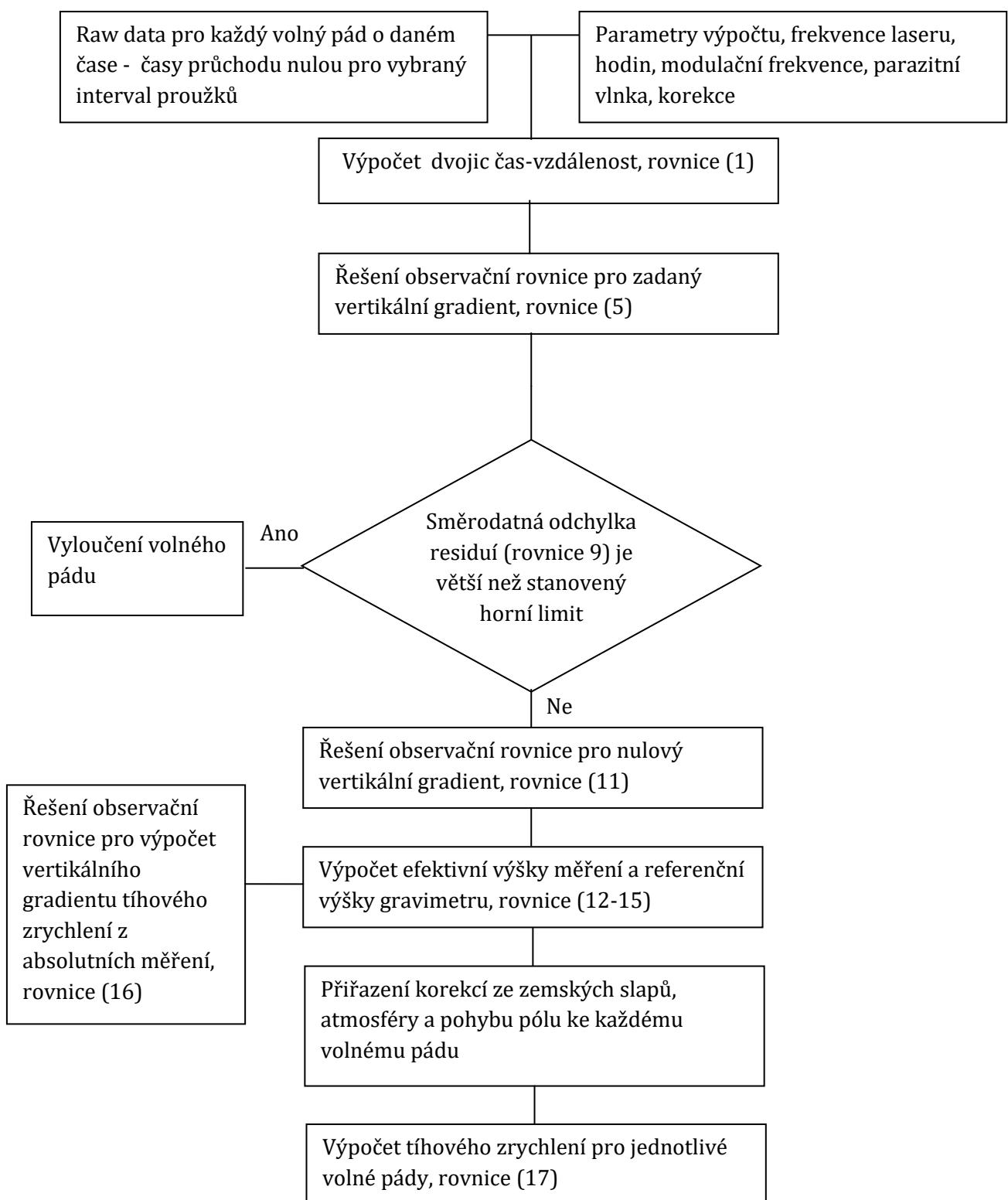
$$\bar{g}^* = \bar{g}_{top} + \gamma \bar{h}_{top}^* + \sum_i \Delta_i^{KP3}, \quad (21)$$

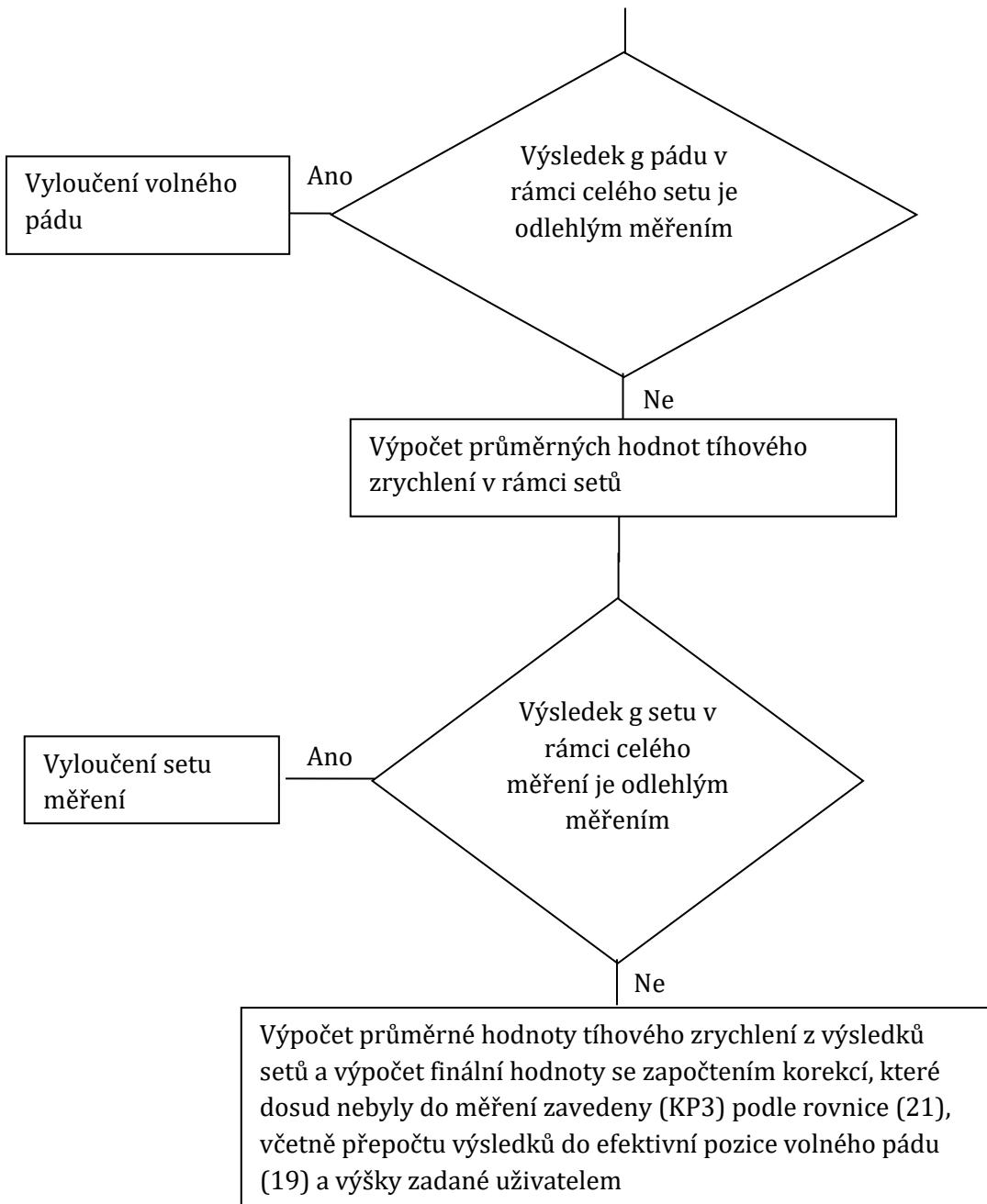
která je definována v průměrné referenční výšce gravimetru nad těhovým bodem podle (15)

$$\bar{h}_{ins}^* = h_{man} - \bar{h}_{top}^*.$$

### 3. Procesní schéma

Schéma zpracování a vyhodnocení měření popsané v kapitole 2 je znázorněno v následujícím procesním schématu





## 4. Vstupy a výstupy

V této sekci jsou definovány vstupní a výstupní údaje, které jsou nezbytné při prezentaci výsledků měření. Organizace vstupních a výstupních datových struktur musí být taková, aby bylo možné dávkové zpracování a analýza vybraných měření, což napomůže jednak k dalšímu vědeckému zhodnocení dat a jednak k rychlému přenosu poznatků do infrastruktury ČSGS.

### Vstupy:

- tíhový bod definován souřadnicemi  $\varphi, \lambda, H$  - zeměpisná šírka, zeměpisná délka a nadmořská výška, odhad gradientu  $\gamma$  (při neznámém lze použít hodnotu  $-300 \mu\text{Gal}/\text{m}$ ).
- instrumentální parametry jako vlnová délka laseru, frekvence rubidiového oscilátoru, výška vrcholu pádu nad bodem  $h_{man}$ , rozsah zpracovávaného volného pádu daný počátkem a koncem zpracování, modulační frekvence laseru, perioda prostorové parazitní vlnky,
- raw data absolutních měření ve formě dvojic čas-vzdálenost průchodů interferenčních proužků pro jednotlivé pády,
- observační rovnice,
- matematické modely k výpočtu geofyzikálních korekcí ze slapů, tlaku vzduchu a odstředivého zrychlení.

### Výstupy datové:

- Ke každému volnému pádu tabelovat:  
datum a čas měření,  $z_0, v_0, g_0, a_j, g_{top}, z_0^*, v_0^*, g_0^*, z^*, h^*, h_{top}^*, \gamma_{ABS}$ , tlak vzduchu, korekci z tlaku, korekci ze slapů, korekci z pohybu pólu, tíhové zrychlení ve vrcholu pádu a efektivní výšce, efektivní instrumentální výšku, informaci o akceptaci pádu
- Ke každému setu tabelovat:  
datum a čas, počet akceptovaných pádů, průměrnou hodnotu tíhového zrychlení, směrodatnou odchylku
- Ke každému měření tabelovat:  
místo měření, typ gravimetru, datum a čas, počet akceptovaných pádů, průměrná hodnota tíhového zrychlení v efektivní instrumentální výšce, směrodatná odchylka, průměrná instrumentální výška a směrodatná odchylka, identifikace zavedení/nezavedení přístrojových korekcí v rámci observační rovnice, dodatečně zavedené korekce KP3, finální hodnota tíhového zrychlení, průměrná residua z akceptovaných pádů, průměrné spektrum residuí, spektrum průměrných residuí

Jako příklad uvedeme v tab. 1 výstupy ze skriptu AGDAS pro zpracování měřické kampaně a v tab. 2 výstupy z analýzy dodatečných senzorů při měření, zpracované skriptem ADPAR. V tab. 3 jsou na základě parametrů uvedených v tab. 1 a tab. 2 generované dodatečné korekce měření a vypočtena je finální hodnota tíhového zrychlení a gradientu z absolutních měření.

**Tab. 1.** Datový obsah souboru ze zpracování absolutního měření pomocí skriptu AGDAS.

Campaign	AG	S/N	Sitename	Sitecode	Latitude deg	Longitude deg	Elevation m	P_norm hPa	baro admit. uGal/hPa
X140_Kraslice	FG5X	251	KRASLICE	53	50.33	12.5108	512.89	953.13	0.3
VGG uGal/m -2.447	WEO-IE nm 632.991195	WEO-fmod Hz 8333.355	Clock-10MHz Hz 0.0088	L_parasit m 0.122	Ksol 3/3	Ksae 0/1	Kdis 0/1	Kimp 0/1	kpar 0/1
L_TTLcable m 2.0	Start Fringe 150	Final Fringe 9400	x_pole arcsec 0.2115	y_pole arcsec 0.3493	Sets 17	Drops/Set 150	Year 2020	Month 9	Day 8
Hour 21	Minute 7	MJD 59100.9	Duration hour 16.4	Ave_P hPa 966.2	dP(MAX-MIN) hPa 1.9	Ave_tide uGal -21.8	Tide(MAX-MIN) uGal 114.3	Tstud % 95	Drops_accept 2521
Ef.h t0 mm 114.40	Ef.h.TOD mm 114.48	STD 0.002	H.ef.ins m 1.2697	g@H.ef.ins uGal 980951892.2	STD uGal 0.11	RMS-start uGal 0.15	RMS-final uGal 0.2	VGG_AG uGal/cm 2.484	STD uGal/cm 0.014

**Tab. 2.** Datový obsah CSV souboru ze zpracování dodatečných měřících systémů pomocí skriptu ADPAR. Jedná se o měření laterálního pohybu testovacího tělesa, meteorologického čidla Vaisala PTU 220 a HS5 měřícího systému gravimetru (Křen et al., 2016).

Campaign	Mean MJD	Coriolis uGal	Coriolis-std uGal	Verticality uGal	Vericality-std uGal	Pressure-mean hPa	Pressure-range hPa	Temp-mean deg C	Temp-range deg C
X140	59100.8	-0.79	0.03	-0.03	0.00	966.4	2.0	22.3	0.4
Humidity-mean % 47.5	Humidity-range % 6.8	Elevation m 512.89	Latitude deg 50.3296	Longitude deg 12.5108	VGG uGal/m 244.7	VGG kvadr uGal/m^2 0.0	WEO-IE kHz 473612366965	WEO-fmod Hz 8333.355	Clock-10MHz Hz 0.0088
Harmonic	MJD 59100.88	Drops 2543	HS5 uGal 980951891.5	STD uGal 0.11	Ef.h. mm 114.517	std mm 0.059	FG5-HS5/TH uGal 0.74	std uGal 0.01	

**Tab. 3.** Stanovení dodatečných korekcí a výpočet finální hodnoty tříhového zrychlení. Výsledky měření jsou doplněny o korekce z vlastní hmoty gravimetru difrakce, vertikality, Eötvösova zrychlení, FG5 systému (zejména vliv distorze a impedančního nepřizpůsobení), disperze v kabelu a ofsetu gravimetru. Finálním výsledkem je tříhové zrychlení v efektivní pozici volného pádu (lze uvést pro různé měřící systémy - původní, původní s korekcí na HS5, HS5) a příslušná nejistota. Dále je uvedena hodnota vertikálního gradientu tříhového zrychlení (VGG\_AG) vypočtená z absolutního měření.

SAC	DC	Vert C	Eotv C	FG5 C	Cable C	Offset	SUM
μGal	μGal	μGal	μGal	μGal	μGal	μGal	μGal
-1.18	2.7	0.03	0.79	-0.92	-0.32	2.25	3.36

FG5 g@H.ef.ins μGal	FG5/HS5 g@H.ef.ins μGal	HS5 g@H.ef.ins μGal	<i>u</i> μGal	FG5 VGG_AG μGal/m	<i>u</i> μGal/m
980951894.9	980951895.6	980951895.8	2.2	243.7	12.0

**Výstupy grafické:**

rozptyl tříhového zrychlení z jednotlivých volných pádů a také setů, Allanova směrodatná odchylka, průměrná residua, spektrum průměrných residuí, průměrné spektrum akceptovaných pádů, citlivost  $g$  na změnu intervalu vyhodnocení volného pádu, efektivní výška měření pro jednotlivé volné pády, parametry parazitní vlnky, směrodatná odchylka z fitu observační rovnice, průběh tlaku vzduchu během měření, průběh slapových korekcí během měření.

**Literatura**

Kostelecký J (ml.), Pálinkáš V, Šimon Z (2012). Měření tříhového zrychlení a absolutní gravimetr FG5 č. 215 na Geodetické observatoři Pecný. Geodetický a kartografický obzor, 48 (90), č.11, 205-214.

Křen P, Pálinkáš V and Mašika P (2016). On the effect of distortion and dispersion in fringe signal of the FG5 absolute gravimeters. Metrologia, 53, 27-40.

Křen P, Pálinkáš V, Mašika P, Vařko M (2017). Effects of impedance mismatch and coaxial cable length on absolute gravimeters. Metrologia, 54, 161-170.

Křen P, Pálinkáš V, Mašika P (2018). On the determination of verticality and Eötvös effects in absolute gravimetry. Metrologia, 55, 451-459.

Křen P, Pálinkáš V (2018). Two methods for determination of the effective wavenumber of gaussian beams in absolute gravimeters. Metrology and measurement systems, Vol. 25, No. 4, 701-713.

Křen P, Pálinkáš V, Mašika P, Vařko M (2019). FFT swept filtering: a bias-free method for processing fringe signals in absolute gravimeters. Journal of Geodesy, Vol. 93, Issue 2, 219-227.

Křen P, Pálinkáš V, Vařko M, Mašika P (2020). Improved measurement model for FG5/X gravimeters. Measurement 171:108739.

Nagornyi V D (1995). A new approach to absolute gravimeter analysis. Metrologia, 32, 201-208.

Niebauer T M, Sasagawa G S, Faller J E, Hilt R and Klopping F (1995). A new generation of absolute gravimeters. Metrologia, 32, 159–180.

Niebauer T M, Billson R, Ellis B, Mason B van Westrum D and Klopping F (2011). Simultaneous gravity and gradient measurements from a recoil-compensated absolute gravimeter. Metrologia, 48, 154-163.

Niebauer T M, Billson R, Schiel A, van Westrum D and Klopping F (2013). The self-attraction correction for the FG5X absolute gravity meter. *Metrologia*, 50, 1–8.

Niebauer T M (1989). The Effective Measurement Height of Free-fall Absolute Gravimeters. *Metrologia*, 26, 115–118.

Pálinkáš V, Liard J and Jiang Z (2012). On the effective position of the free-fall solution and the self-attraction effect of the FG5 gravimeters. *Metrologia*, 49, 552–559.

Pálinkáš V, Lederer M, Kostelecký J, Šimek J, Mojzeš M, Ferianc D, Csapó G (2013). Analysis of the repeated absolute gravity measurements in the Czech Republic, Slovakia and Hungary from the period 1991–2010 considering instrumental and hydrological effects. *Journal of Geodesy*, 87, 29–42.

Pálinkáš V, Křen P, Vařko M, Maška P (2019). On the determination of vertical gravity gradients by corner-cube absolute gravimeters. *Metrologia*, 56, 055006.

Petit G. and B Luzum (2010). IERS Conventions 2010 IERS Technical Note 36, Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie.

Robertson DS (2001). Using absolute gravimeter data to determine vertical gravity gradients. *Metrologia*, 38, 147–153.

Robertsson L (2007) On the diffraction correction in absolute gravimetry. *Metrologia*, 44, 35–39.

Vařko M, Pálinkáš V, Kostelecký J (2013) Korekce absolutních měření z atmosférických vlivů. *Geodetický a kartografický obzor*, ročník 5/101, číslo 4, 69–76.

vanWestrum D and Niebauer TM (2003). The diffraction correction for absolute gravimeters. *Metrologia*, 40, 258–263.

Wziontek H, Bonvalot S, Gabalda G, Falk R, Makinen J, Pálinkáš V, Rulke A, Vitushkin L (2021) Status of the International Gravity Reference System and Frame. *Journal of Geodesy*, 95:7.

T A  
Č R

Tento projekt je financován se státní podporou  
Technologické agentury ČR  
v rámci programu BETA2

[www.tacr.cz](http://www.tacr.cz)  
Výzkum užitečný pro společnost



[poslední strana]